

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Exploración interna

Determinación de la posición de un objeto mediante ondas sonoras en quirópteros

Carla García Jiménez | Enrique López Gómez | Salvador Mengual Robles

Índice

❖	Introducción.....	2
❖	Marco teórico.....	3
➤	Definición de sonido.....	3
➤	Definición de onda.....	3
■	Amplitud.....	4
■	Frecuencia.....	5
■	Longitud.....	5
➤	Concepto matemático de ecolocalización.....	6
❖	Desarrollo.....	7
❖	Referencias consultadas.....	8
➤	Webgrafía.....	8
➤	Figuras.....	9

Introducción

Los quirópteros, conocidos comúnmente como murciélagos, son una especie animal dotada de múltiples características únicas que, al estudiarlas y compararlas, nos permiten clasificar al murciélago como uno de los mamíferos terrestres más singulares del planeta Tierra. Además de ser los únicos mamíferos capaces de volar, numerosos estudios indican que pueden poseer diferentes adaptaciones genéticas que les protegen frente a procesos de envejecimiento, así como enfermedades víricas y oncológicas.



Figura 1

En el paraje natural de La Contraparada, se encuentran instaladas múltiples cajas nido en diferentes árboles, situados estratégicamente a una distancia concreta entre sí. Estas cajas tienen la función de servir como refugio a los murciélagos ya que, según la *Lista Roja de Especies Amenazadas* de la *Unión Internacional para la Conservación de la Biodiversidad*, más de doscientas especies de murciélagos se encuentran en peligro de extinción en España en la actualidad. Estos pequeños espacios facilitan la protección de los quirópteros frente a depredadores, además de que promueven la reproducción entre ellos, actuando como un nido inaccesible para el resto de animales. Sin embargo, estas cajas refugio cuentan con otro importante papel, ya que permiten a los murciélagos detectar, por medio del sonido, la presencia de depredadores en los alrededores sin verlos directamente, es decir, estos tienen la habilidad de orientarse a través del sonido de la naturaleza.



Figura 2

Este curioso fenómeno ha sido el objeto de estudio que más nos ha motivado a investigar y desarrollar esta exploración interna ya que, además de ser estudiantes que luchan por la conservación de los ecosistemas globales, somos un grupo de jóvenes deleitados por la naturaleza que nos rodea. A su vez, decidimos enfocarnos en este animal ya que son comunes de ver en la Región de Murcia de noche. Es por lo tanto que nuestro principal objetivo con el desarrollo de esta exploración interna es demostrar matemáticamente cómo los murciélagos son capaces de determinar la posición de un objeto, vivo o inerte.

Marco teórico

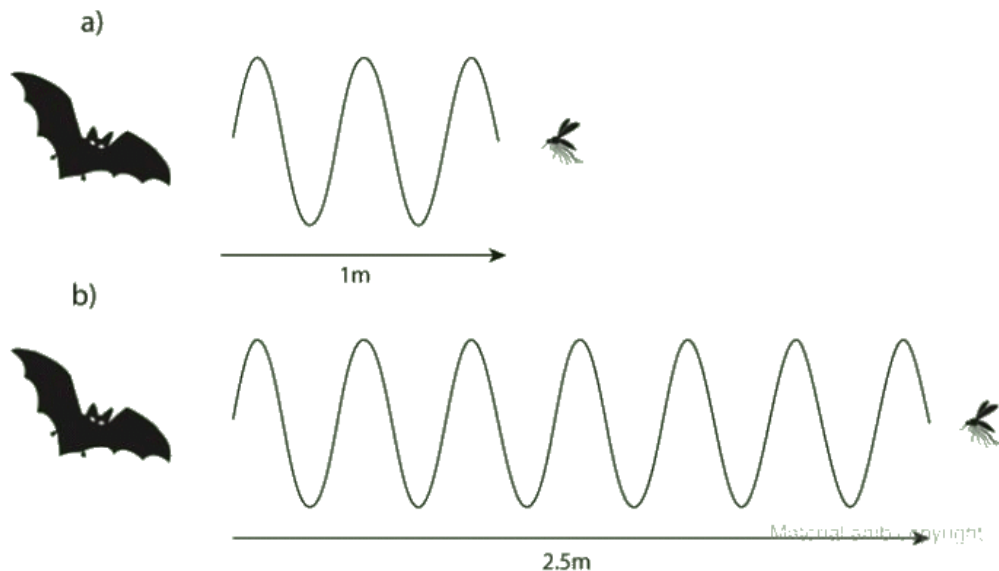
Definición de sonido

Consiste en ondas acústicas que se producen cuando las oscilaciones de la presión del aire son convertidas en ondas mecánicas, originadas por la vibración de un cuerpo a través de un fluido o un medio elástico, con una frecuencia dentro del rango audible.

El sonido tiene cuatro cualidades principales como lo son la intensidad o amplitud (mide el tamaño de la vibración y depende de la fuerza con que son producidas), el tono (la mayor o menor altura de los sonidos comparados entre sí), el timbre (forma del espectro de frecuencia del sonido) y la duración (longitud del tiempo por el cual la nota suena).

Definición de onda

Basándose en un punto de vista matemático, una onda es una evolución espacial y temporal recogida en una ecuación, es decir, una perturbación en el medio natural que es generada por un foco emisor y que atraviesa un medio de propagación.



Este gráfico explica el funcionamiento de la ecolocalización del murciélago, en la que éste emite una onda que impacta en el objeto, en este caso un mosquito, produciendo ecos, que rebotan en el mosquito y vuelven al murciélago.

Concepto matemático de amplitud, frecuencia y longitud

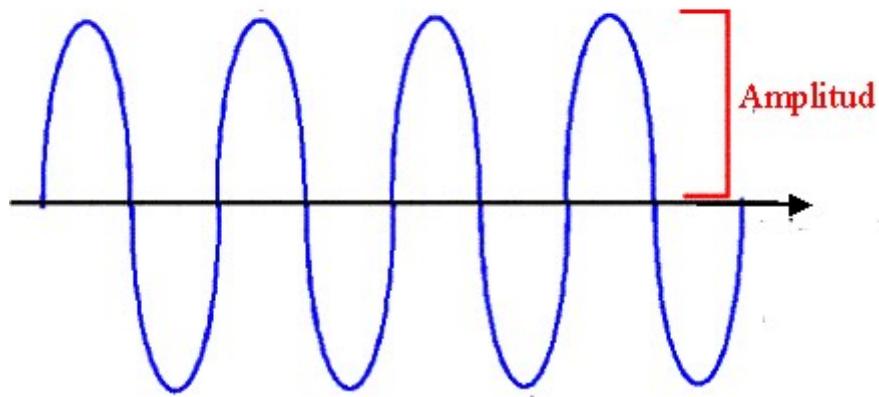
Entendemos la relación de estos tres conceptos dentro de una onda como la frecuencia siendo la cantidad de ciclos tenga una onda por segundo, la longitud el largo de esa onda y amplitud es el ancho de esa onda.

- **Amplitud**

La amplitud de una onda es la medida de la distancia máxima entre el punto de equilibrio de la onda y su punto más alejado.

Por ejemplo, en el caso de las ondas de sonido, cuanto mayor es la amplitud de la onda, más intensamente golpean las moléculas el tímpano y más fuerte es el sonido percibido

Además se refiere al grado de variación en la magnitud del campo asociado con la onda. En una onda sonora, la amplitud corresponde a la máxima variación en la presión del aire causada por la onda.

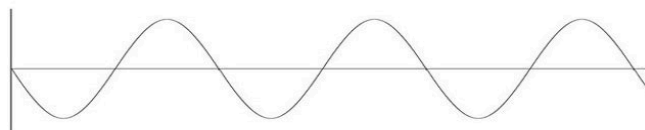


● Frecuencia

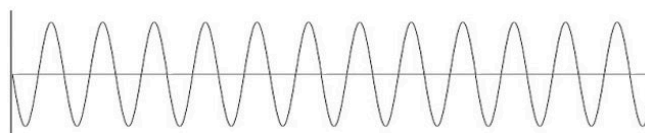
La frecuencia (f) es la medida del número de ciclos o repeticiones de la onda por unidad de tiempo. Por ejemplo, si una onda se repite diez veces por segundo, significa que tiene una frecuencia de diez ciclos por segundo. Esto puede expresarse como una frecuencia de 10 hercios o 10 Hz.

Se relaciona con la longitud de onda de manera que a mayor frecuencia, menor es la longitud de onda y cuando la frecuencia es menor, mayor es la longitud de onda.

Onda de frecuencia baja

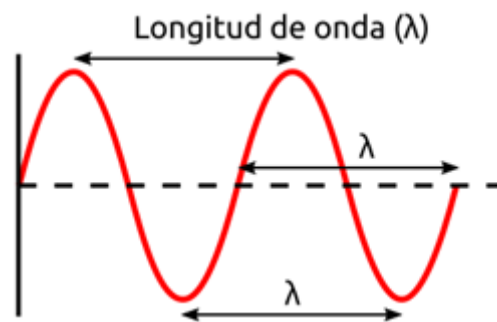


Onda de frecuencia alta



● Longitud

En una onda periódica, la longitud de onda es la distancia física entre dos puntos a partir de los cuales la onda se repite.



Si conocemos la velocidad de transmisión de la onda (v) y su frecuencia (f), podemos calcular la longitud de onda (λ) a partir de la siguiente relación:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Concepto matemático de ecolocalización

La ecolocalización es un sistema de orientación por sonido en el medio natural, es decir, es una técnica de navegación acústica en la naturaleza utilizada por ciertos seres vivos para buscar presas y protegerse de depredadores. Este método implica que el animal emita una onda sonora que rebota en los objetos a su alrededor y que retorna como eco, permitiéndole al animal detectar su entorno y moverse en consecuencia. Esta habilidad no solo les permite ubicarse en el espacio, sino también estimar el tamaño y la distancia de los objetos que detectan.



Figura 3

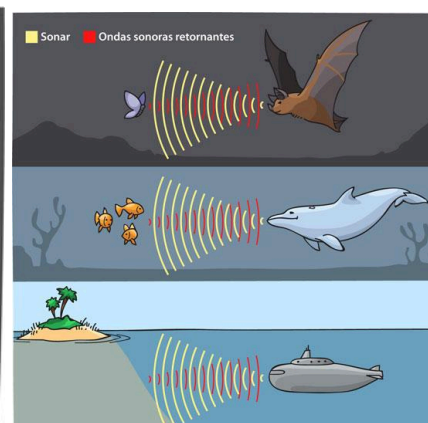


Figura 4

Los murciélagos y los delfines utilizan las ondas de sonido y su reflejo para ecolocalizarse. Este proceso ha sido estudiado y utilizado para mejorar el sonar submarino que hoy en día usamos en ellos y en otras embarcaciones de agua.

Desarrollo

Podemos modelizar el sonido como una onda de presión al considerar el cambio de presión a partir de la presión media mediante una función del seno:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx.}} \cdot \text{sen}(kx \mp \omega t + \phi).$$

En esta ecuación:

- ΔP es el cambio de presión
- $\Delta P_{\text{máx.}}$ es el cambio máximo de presión
- $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda
- $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ es la frecuencia angular
- ϕ es la fase inicial.

La rapidez de onda la podemos determinar a partir del número de onda y la frecuencia angular, $v = \omega/k = \lambda/T$ y, su dirección se puede determinar considerando el signo de $kx \mp \omega t$: si el signo es negativo, la onda se mueve en la dirección x positiva.

Las ondas sonoras también se pueden modelar en términos del desplazamiento de las moléculas de aire, es decir mediante una función coseno:

$$s(x,t) = s_{\text{máx.}} \cdot \text{cos}(kx \mp \omega t + \phi).$$

En esta ecuación, s es el desplazamiento y $s_{\text{máx.}}$ es el desplazamiento máximo.

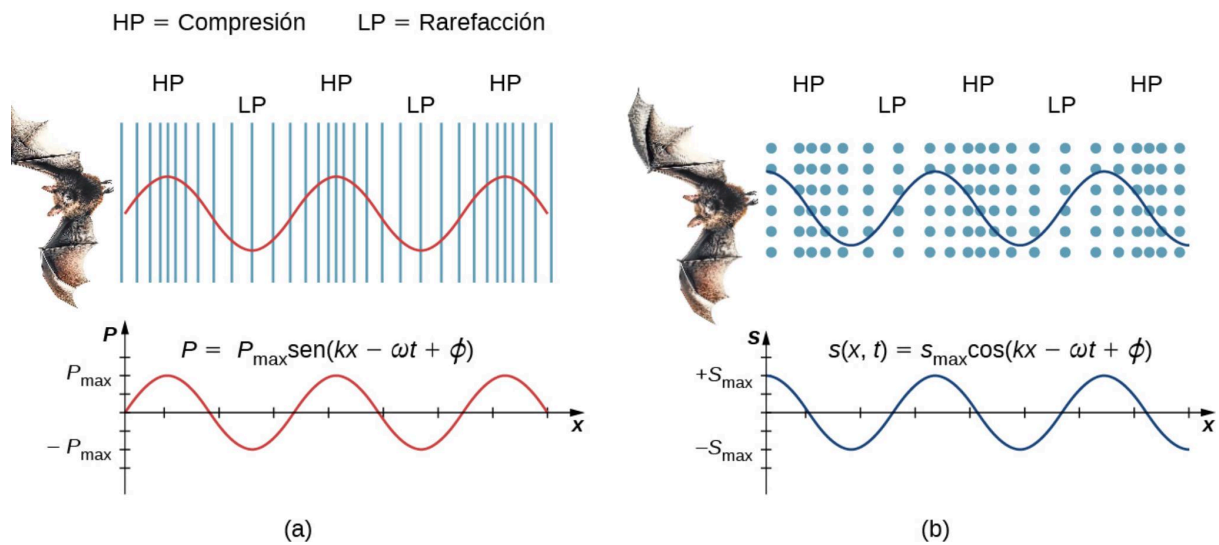
Es importante saber que todas las características de la onda están contenidas en la función de onda, por lo tanto, la amplitud, el número de onda y la frecuencia angular se pueden leer directamente a partir de la ecuación de onda.

Supongamos que la amplitud de onda (A) es igual a 0'18, el número de onda (k) es igual a 11 y la frecuencia angular (ω) es igual a 4, entonces la fórmula sería la siguiente:

$$y(x,t) = A \text{sen}(kx - \omega t) = 0,18 \text{sen}(11x - 4t)$$

Por otro lado, podemos calcular la longitud de onda y su periodo usando el número de onda y la frecuencia angular respectivamente:

- Longitud de onda: $k = 2\pi/\lambda$; $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/11 = 69,11\text{m}$
- El periodo de la onda: $\omega = 2\pi/T$; $T = 2\pi/\omega = 2\pi/4 = 25,13\text{s}$



El gráfico rojo (a) indica la presión manométrica del aire, es decir la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica en contra de la distancia del murciélago. Solamente para sonidos ordinarios varían las presiones de la presión atmosférica. La presión manométrica se modela con una función seno, en la que los picos de la función están alineados con las compresiones y las depresiones con las rarefacciones.

En el gráfico azul (b) se muestra el desplazamiento de las moléculas de aire según la posición en la que se encuentra el murciélago y se modela con una función coseno. Las compresiones se forman cuando las moléculas de ambos lados del equilibrio se desplazan hacia la posición de equilibrio mientras que las rarefacciones se forman cuando las moléculas se alejan de la posición de equilibrio.

Referencias consultadas

Webgrafía

Esteban Ruiz, Francisco J. Diario digital. Universidad de Jaén. 20 de septiembre de 2023.. www.murcielagosecolocalización.es. Acceso el 31 de marzo de 2024.

The Nature Conservancy, organización sin fines de lucro. 13 de agosto de 2019. www.naturedatossobrelasmurcielagos.es. Acceso el 31 de marzo de 2024.

Rodríguez, Hector. National Geographic España, 27 de julio de 2022

www.nationalgeographic.ecolocalizacionsecretomurcielagos.es. Acceso el 1 de abril de 2024.

Estrada Villegas, Sergio; Rodríguez Moreno, Raúl; Barboza Marquez, Kathrin. Red latinoamericana y del calibre para la conservación de los murciélagos. 2018. <https://relcomlatinoamerica.net/investigación/bioacústica.html#:~:text=La%20ecolocalización%20es%20un%20proceso.clasificar%20y%20localizar%20sus%20presas%20>. Acceso el 8 de abril de 2024.

Figuras

Figura 1: Wittek, Roland. *Dos zorros voladores (Pteropus aruensis) cuelgan boca abajo*. Fecha de creación desconocida. Acceso el 2 de abril de 2024.

Figura 2: *Cómo hacer cajas nido para murciélagos*. Fecha de creación desconocida. Acceso el 12 de abril de 2024.

Figura 3 y 4: *¿Qué es la ecolocalización?* Fecha de creación desconocida. Acceso el 7 de abril de 2024.